

ΘΕΩΡΙΑ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

Κλάσματα και ποσοστά

- Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε ποσοστό προσπαθούμε να κάνουμε τη διαίρεση που λέει το κλάσμα και να εκφράσουμε το δεκαδικό που προκύπτει σε %. Διαφορετικά, δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα με κατάλληλες διαιρέσεις ή πολ/σμούς ώστε να φτάσουμε σε δεκαδικό κλάσμα (με παρονομαστή το 100)

Ασκήσεις:

1. Να εκφράσετε τα παρακάτω ποσοστά σε δεκαδικά κλάσματα

α) 0,99% 115% 25%

β) 96% 1% 5,6%

2. Να εκφράσετε τα παρακάτω κλάσματα σε %

α) $\frac{35}{50}$ $\frac{4}{20}$ $3\frac{5}{60}$

β) $\frac{7}{10}$ $\frac{5}{90}$ $\frac{36}{9}$

3. Συγκρίνετε τα παρακάτω

α) 0,055 55%

β) 0 $\frac{0}{8}$

γ) 0,45 $\frac{1}{3}$

$\frac{7}{10}$ 0,07

$\frac{3}{25}$ $\frac{12}{100}$

0,2 20%

1,5% 1,5‰

4. Να γράψετε με τη μορφή ποσοστού τα κλάσματα

$\frac{3}{5}$ = $\frac{3}{8}$ =

$\frac{1}{4}$ = $\frac{9}{7}$ =

Γραφική αναπαράσταση ποσοστών

Για τη σχεδίαση κυκλικών διαγραμμάτων στην απεικόνιση των ποσοστών, υπολογίζουμε την επίκεντρη γωνία υπολογίζοντας το % των 360° του συνολικού κύκλου. Στη συνέχεια σχεδιάζουμε διαδοχικές επίκεντρες γωνίες έως ότου ολοκληρωθεί το 100%

- Να παραστήσετε σε κυκλικό διάγραμμα τα παρακάτω ποσοστά
-

α) 8% 9% 10% 73%

β) 12,5% 13,5% 74%

γ) 0,1% 99% 0.9%

Υπολογισμός ποσοστών σε προβλήματα

- Σε ορισμένα προβλήματα ο υπολογισμός ενός ποσοστού γίνεται διαιρώντας την τελική τιμή με την βασική ή αρχική τιμή ώστε να βρούμε τι μέρος του συνόλου είναι η ζητούμενη τιμή και αυτό να το εκφράσουμε ως ποσοστό του %.
- Εναλλακτικά, μπορούμε να κάνουμε ένα πίνακα τιμών και να υπολογίσουμε το ποσοστό όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Πχ. Τι ποσοστό των 50μέτρων είναι τα 12 μέτρα;

Αρχικά	12	x
Τελικά	50	100

$$x = \frac{12}{50} \cdot 100 = 24\%$$

α) Σε μια τάξη 25 μαθητών οι 6 είχαν απουσίες πάνω από 20. Τι ποσοστό μαθητών είχαν απουσίες πάνω από 20;

β) Στα 800γρ αλεύρι προσθέτουμε 5γρ μαγιά για να γίνει το ψωμί. Τι ποσοστό του ψωμιού είναι η μαγιά;

γ) Σε 15 παιχνίδια μια ομάδα έχει 2 ήττες και 13 νίκες. Τι ποσοστό νικών έχει η ομάδα;

δ) Να βρεθούν τί ποσοστό των βασικών τιμών είναι τα κάτωθι

1. τα 24 € από τα 100€
2. τα 82 Km από τα 540km
3. τα 0,66lt από τα 6lt
4. το 1mm από τα 5m

Υπολογισμός ποσού από ένα δοθέν ποσοστό

- Σε ορισμένα προβλήματα ο υπολογισμός του ποσού γίνεται πολλαπλασιάζοντας το ποσοστό με την τιμή ώστε να βρούμε το ζητούμενο.
- Εναλλακτικά, μπορούμε να κάνουμε ένα πίνακα τιμών και να υπολογίσουμε την τιμή όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Πχ: Να βρεθεί το 15% των 200€

Αρχικά	100	200
Τελικά	15	x

$$x = \frac{200 \cdot 15}{100} = 30\text{€}$$

1. Υπολογίστε σε κάθε περίπτωση το αντίστοιχο ποσοστό

- α) το 16% των 320€
- β) το 60% του 1 Km
- γ) 120% των 50Kg
- δ) 42% των 300m²

2. α) Ένα αυτοκίνητο κοστίζει 15000€. Αν μας γίνει έκπτωση 20% πόσο θα πωλείται;

β) Ένας έμπορος αγοράζει 350€ ένα συγκεκριμένο μοντέλο τηλεόρασης και το πουλάει με κέρδος 15%. Πόσο είναι το συνολικό του κέρδος αν πουλήσει 10 τέτοιες τηλεοράσεις;

γ) Μια φωτοτυπία A3 μιας σελίδας ενός βιβλίου ‘μεγαλώνει’ τη σελίδα κατά 12%. Αν σελίδα έχει διαστάσεις 20X15 πόσο θα είναι οι διαστάσεις της φωτοτυπίας;

Υπολογισμός βασικής (αρχικής) τιμής από ένα δοθέν ποσοστό

- Σε ορισμένα προβλήματα ο υπολογισμός της βασικής τιμής γίνεται διαιρώντας την τιμή με το **(ποσοστό +100%)** ώστε να βρούμε την αρχική τιμή αν έχουμε αύξηση ή διαιρώντας με το **(100%-ποσοστό)** αν έχουμε μείωση.
- Ένας άλλος τρόπος είναι η λεγόμενη αναγωγή στη μονάδα. Δηλαδή να βρούμε πόσο είναι το 1% και μετά εύκολα να βρούμε το 100%. Δες το ακόλουθο παράδειγμα.

Πχ: Αν το 15% είναι 200€ να βρεθεί πόσα € έχουμε συνολικά;

Αρχικά	15	200
Τελικά	100	x

$$x = \frac{200 \cdot 100}{15} = 1333,3\text{€}$$

ή

τα 15% είναι 200€

το 1% είναι $200/15\text{€} = 13,333\text{€}$

τα 100€ είναι $13,333 \cdot 100 = 1333,3\text{€}$

1. Να βρείτε την βασική τιμή αν

α) τα 350€ είναι το 17%

β) τα 82μ είναι το 2%

γ) οι 13 ώρες είναι το 6%

δ) τα 14,5κιλά είναι το 20%

2. Ένας μαθητής πήρε 15 κιλά και αυξήθηκε το βάρος του κατά 20%. Πόσο ζύγιζε αρχικά;

3. Σε ένα κατάστημα ρούχων μας έγινε έκπτωση 85€ και πληρώσαμε 25% λιγότερο σε σχέση με την αρχική τιμή. Πόσο κόστιζαν τα ρούχα αρχικά;

4. Το εισόδημα ενός δημοσίου υπαλλήλου λόγω της κρίσης μειώθηκε κατά 350€. Δηλαδή είχε μια μείωση του 35%. Πόσο ήταν το αρχικό του εισόδημα;

Ποσοστά στην καθημερινότητα

➤ Προβλήματα με **έκπτωση** αντιμετωπίζονται ως εξής:

1. υπολογίζουμε το ποσό της έκπτωσης πολλαπλασιάζοντας το ποσοστό με την αρχική τιμή και μετά αφαιρούμε την έκπτωση για την εύρεση της τελικής τιμής
2. Διαφορετικά, πολλαπλασιάζουμε την αρχική τιμή με το ποσοστό που προκύπτει αν αφαιρέσουμε το ποσοστό από το 100%.
3. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και πίνακα τιμών εναλλακτικά. Δες τα παρακάτω παραδείγματα:
(Η περίπτωση προβλημάτων **φόρου** αντιμετωπίζεται ανάλογα προσθέτοντας αντί της αφαίρεσης που κάνουμε στην έκπτωση)
4. Για τον υπολογισμό του ποσοστού της έκπτωσης εργαζόμαστε όπως στις παραπάνω περιπτώσεις αφού πρώτα βρούμε τα ποσά.

Παραδείγματα

1. Ζητάμε την έκπτωση 10% σε ποσό 250€.

α)

αρχική	100	250
εκπτωση	90	x

$$x = \frac{90 \cdot 250}{100} = 0,9 \cdot 250 = 225€$$

Ή διαφορετικά υπολογίζουμε το ποσό της έκπτωσης και μετά το αφαιρούμε για να βρούμε την τελική τιμή.

$$10\% \cdot 250 = 25€$$

$$250 - 25 = 225€$$

2. Αν είχαμε έκπτωση 25 € και πληρώσαμε 225€ να βρεθεί το ποσοστό της έκπτωσης.

Το αρχικό ποσό είναι $225 + 25 = 250€$. Άρα το ποσοστό της έκπτωσης είναι

$$\frac{25}{250} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

3. Αν αρχικό ποσό είναι τα 250€ και τελικό ποσό πληρωμής τα 225€ τότε πόσο είναι το ποσοστό της έκπτωσης;

αρχική	250	100
εκπτωση	25	x

$$x = \frac{25 \cdot 100}{250} = 10\%$$

Ή διαφορετικά

αρχική	250	100
τελική	225	x

$$x = \frac{225 \cdot 100}{250} = 90€ \text{ δηλαδή } 10€ \text{ έκπτωση}$$

που σημαίνει $10/100 = 10\%$

ΓΕΝΙΚΑ: Αν γνωρίζουμε την τελική και την αρχική τιμή τότε το % της **έκπτωσης** ή της **αύξησης** μπορούμε να τη βρούμε αμέσως υπολογίζοντας το πηλίκο:

$$\frac{\text{τελική} - \text{αρχική}}{\text{αρχική}} \cdot 100\%$$

➤ **Σε προβλήματα τόκου-κεφαλαίου εργαζόμαστε ως εξής:**

1. Τα προβλήματα τόκου είναι προβλήματα ανάλογα με τα προβλήματα φόρου.

Το κεφάλαιο είναι η αρχική τιμή, το επιτόκιο είναι σαν το ποσοστό του φόρου και ο τόκος είναι σαν το ποσό του φόρου που προστίθεται στην αρχική τιμή. (Ο τόκος αποτελεί μια “επιβράβευση” της τράπεζας για όσο καιρό της έχεις δανείσει τα χρήματά σου)

Στο κεφάλαιο που καταθέτουμε θεωρούμε ότι γίνεται ανατοκισμός σε ετήσια βάση και όχι σε μηνιαία. Δηλαδή ο τόκος ,που είναι ένα ποσό το οποίο προστίθεται στο κεφάλαιο, υπολογίζεται κατ’έτος και διαιρείται με το 12 για τον κάθε μήνα. Στο τέλος του έτους το νέο κεφάλαιο αποτελείται από το αρχικό + το ποσό του τόκου.

2. Το επιτόκιο είναι ο τόκος σε ποσοστό του κεφαλαίου. (σε ετήσια βάση) Δηλαδή αν ξέρουμε το επιτόκιο πολλαπλασιάζουμε με το κεφάλαιο και βρίσκουμε τον τόκο, όπως στην έκπτωση ή τον φόρο.

Τα παρακάτω προβλήματα καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις εύρεσης τόκου, επιτοκίου ή κεφαλαίου όπως και μηνιαίου τόκου.

Ασκήσεις (με λύσεις) για διάβασμα

1. Καταθέτουμε σε μία τράπεζα κεφάλαιο (αρχ. τιμή) 15000€ με επιτόκιο (σαν φόρος που πληρώνεται από την τράπεζα προς εμάς) 4%. Να βρείτε πόσο τόκο θα πάρουμε

α) σε ένα χρόνο

β) σε 7 μήνες

ΛΥΣΗ:

1. α) Ο τόκος σε ένα χρόνο θα είναι $15.000 \times 0,04 = 600\text{€}$

β) Σε ένα μήνα $600/12 = 50\text{€}$. Άρα σε 7 μήνες $7 \times 50 = 350\text{€}$

2. Ένα κεφάλαιο (αρχική τιμή) που καταθέσαμε στην τράπεζα με επιτόκιο 4% σε ένα χρόνο έγινε 8528 €. Να βρείτε το κεφάλαιο αυτό.

ΛΥΣΗ:

Στο πρόβλημα αυτό ψάχνουμε την αρχική τιμή. Επειδή τα προβλήματα τόκων είναι προβλήματα αύξησης θα διαιρέσουμε την τελική τιμή με το ποσοστό +100%. Δηλαδή:

$$8528/1,04=8200\text{€}$$

3. Καταθέσαμε στην τράπεζα κεφάλαιο 800€ και μετά από 5 μήνες έγινε μαζί με τους τόκους 820€. Βρείτε το επιτόκιο.

ΛΥΣΗ:

Κερδίσαμε 20€ σε 5 μήνες άρα 4€ σε ένα μήνα. Οπότε στο έτος $4 \times 12 = 48\text{€}$.

Συνεπώς για να βρω το ποσοστό θα έχουμε $48/800 = 0,06 = 6\%$

4. Αν καταθέσουμε στην τράπεζα 120000€ για 3 χρόνια με ετήσιο επιτόκιο 5%, πόσα χρήματα θα πάρω στο τέλος του 3^{ου} χρόνου

ΛΥΣΗ:

Στο τέλος του 1^{ου} χρόνου θα πάρω $120000 + \text{ΤΟΚΟΣ } 1^{\text{ου}} \text{ έτους}$. Δηλαδή,
 $120000 + 6000 = 126000$

Στο τέλος του 2^{ου} χρόνου θα πάρω $126000 + \text{ΤΟΚΟΣ } 2^{\text{ου}} \text{ έτους}$. Δηλαδή,
 $126000 + 6300 = 132300\text{€}$

Στο τέλος του 3^{ου} χρόνου θα πάρω $132300 + \text{ΤΟΚΟΣ } 3^{\text{ου}} \text{ έτους}$. Δηλαδή,
 $132300 + 6615 = 138915\text{€}$

Ασκήσεις (για λύση) για εξάσκηση

α) Καταθέτει κάποιος στην τράπεζα 10000€ με επιτόκιο 5%. Πόσα χρήματα θα πάρει μετά από ένα χρόνο;

β) Να βρεθεί το κεφάλαιο που πρέπει να κατατεθεί με επιτόκιο 4% ώστε στο τέλος του έτους να πάρω 8528€

γ) Κεφάλαιο 1000€ μετά από 5 μήνες έγινε 1200€. Να βρείτε το επιτόκιο

δ) Κεφάλαιο 2000€ μετά από 1 χρόνο έγινε 2250€. Να βρείτε το επιτόκιο